

**BMS, Gymnasium, FMS, WMS/IMS**  
**Aufnahmeprüfung Mathematik 2021**

# **Lösungsschlüssel**

**Hinweise zur Korrektur:**

- Lösungen sind **rot**, Punktevergabe **grün** gekennzeichnet
- Die maximale Punktezahl ist bei jeder Aufgabe beim Endresultat aufgeführt  
→ z.B. (3P/\_\_\_\_P), Punktemaximum 69 Punkte
- Punkte für richtige Teilresultate sind mit dem entsprechenden Vermerk aufgeführt
- Es werden nur ganze Punkte vergeben
- Richtige Endresultate ergeben prinzipiell die volle Punktzahl. Ist ein richtiges Endresultat nachweislich aufgrund falscher Lösungsschritte entstanden, erfolgt ein entsprechender Abzug bei der Punktevergabe
- Folgefehler ergeben keinen weiteren Abzug, falls die Aufgabe sich dadurch nicht wesentlich vereinfacht
- Fehlende Masseinheiten ergeben keinen Abzug
- Das Bewerten von Lösungswegen, welche nicht im Lösungsschlüssel aufgeführt sind, erfolgt nach Absprache unter den Mitgliedern des Korrekturteams vor Ort, analog der Vorgabe.

## A. Bruchrechnen

▷ Bewertung: Taschenrechnerlösungen ohne Lösungswege sind bei Aufgabe 1 und 2 auch zulässig!

1. Stelle das Resultat als **gekürzten gewöhnlichen Bruch** (z.B.  $\frac{3}{7}$ ) oder als **Dezimalbruch** (z.B. 0,38) dar.

a)  $3 - \frac{4}{9} + \frac{2}{7} - 2 = \frac{63}{63} - \frac{28}{63} + \frac{18}{63} = \frac{53}{63}$  oder = **0,84**

(1P/\_\_\_\_P)

1 Punkt für das richtige Resultat

b)  $2 \cdot \left( \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} - \frac{3}{10} \cdot 2 \right) + \frac{2}{5} = 2 \cdot \left( \frac{12}{25} - \frac{6}{10} \right) + \frac{2}{5} = \frac{24}{25} - \frac{12}{10} + \frac{2}{5}$   
 $= \frac{48}{50} - \frac{60}{50} + \frac{20}{50} = \frac{8}{50} = \frac{4}{25}$  oder = **0,16**

(2P/\_\_\_\_P)

1 Punkt für das richtige Ausmultiplizieren in der Klammer, falls das Resultat falsch ist

c)  $\frac{\frac{6}{7} - \frac{3}{14}}{\frac{3}{7} + \frac{1}{21}} \cdot \frac{1}{3} = \frac{\frac{12-3}{14}}{\frac{9+1}{21}} \cdot \frac{1}{3} = \frac{\frac{9}{14}}{\frac{10}{21}} \cdot \frac{1}{3} = \frac{9}{14} \cdot \frac{21}{10} \cdot \frac{1}{3} = \frac{9}{20}$  oder = **0,45**

(2P/\_\_\_\_P)

1 Punkt für das richtige Zusammenfassen von Zähler oder Nenner oder für die Multiplikation mit dem 2.Bruch, falls das Resultat falsch ist

2. Schreibe folgende Dezimalbrüche als **gekürzte gewöhnliche Brüche**.

a)  $0,125 = \frac{1}{8}$

(1P/\_\_\_\_P)

1 Punkt für das richtige Resultat

b)  $0,\bar{2} = \frac{2}{9}$

(1P/\_\_\_\_P)

1 Punkt für das richtige Resultat

**B. ALGEBRA / ANWENDUNGEN**

▷ Bewertung: Der Lösungsweg muss nachvollziehbar und vollständig sein.  
Die Endresultate sind doppelt zu unterstreichen!

3. Berechne und vereinfache die folgenden Terme so weit wie möglich:

$$\begin{aligned} \text{a) } 4x + (-(3x - y) + 2y) - (2y - x) &= 4x + (-3x + y + 2y) - 2y + x = \\ &= 4x - 3x + 3y - 2y + x = 2x + y \end{aligned}$$

(2P/\_\_\_\_P)

1 Punkt für das richtige Auflösen der inneren Klammer  
1 Punkt für das richtige Endresultat

$$\text{b) } (3a - 4b)^2 = 9a^2 - 24ab + 16b^2$$

(2P/\_\_\_\_P)

1 richtiger Term → 0 Punkte  
2 richtige Terme → 1 Punkt  
3 richtige Terme → 2 Punkte

Kommentar von Erkika Veltin – sie hat das finale Prüfungsheft noch gegengelesen: Auf Seite 6 bei der Aufgabe 3b ist der Term bereits maximal vereinfacht, ich gehe aber davon aus, dass die meisten trotzdem ausmultiplizieren und somit die gewünschte Umformung durchführen werden. Ich würde es einfach bei den Musterlösungen vermerken und die zwei Punkte auch dann vergeben, sollte jemand den bestehenden Term doppelt unterstreichen.

c) Zerlege unter Verwendung der binomischen Formel in Faktoren:

$$16e^2 - 4f^2 = (4e + 2f)(4e - 2f)$$

1 Punkt für das richtige Resultat

(1P/\_\_\_\_P)

4. Vereinfache und kürze die folgenden Terme a) – c) so weit wie möglich:

$$a) \frac{a^9 a^{-4}}{a^3 a^{-13}} = a^{9-4-3+13} = a^{15} \text{ oder } \frac{a^{9-4}}{a^{3-13}} = \frac{a^5}{a^{-10}} = a^{5+10} = a^{15}$$

(2P/\_\_\_\_P)

1 Punkt für eine korrekte Anwendung eines Potenzgesetzes  
1 Punkt für korrektes Zusammenfassen

$$b) \frac{5c}{9c^2-d^2} - \frac{4}{6c-2d} = \frac{5c}{(3c+d)(3c-d)} - \frac{4}{2(3c-d)} = \frac{10c-4(3c+d)}{2(3c+d)(3c-d)} = \frac{10c-12c-4d}{2(3c+d)(3c-d)}$$

$$= \frac{-2c-4d}{2(3c+d)(3c-d)} = \frac{-c-2d}{(3c+d)(3c-d)} \text{ oder } \frac{-(c+2d)}{(3c+d)(3c-d)}$$

(3P/\_\_\_\_P)

1 Punkt Hauptnenner  
1 Punkt korrektes Erweitern  
1 Punkt korrektes Zusammenfassen

$$c) \frac{4x-6}{x^2+9x+14} \cdot \frac{x+7}{10x-15} = \frac{2(2x-3)}{(x+7)(x+2)} \cdot \frac{x+7}{5(2x-3)} = \frac{2}{5(x+2)} \text{ oder } = \frac{2}{5x+10}$$

(3P/\_\_\_\_P)

1 Punkt Faktorisieren  
1 Punkt korrektes Kürzen  
1 Punkt korrektes Zusammenfassen

d) Bestimme x:

$$7^{-4} \cdot (7^3)^6 = 7^x \Rightarrow 7^{-4} \cdot 7^{18} = 7^x \Rightarrow 7^{-4+18} = 7^x \Rightarrow x = 14$$

(2P/\_\_\_\_P)

1 Punkt für die korrekte Multiplikation der Exponenten  $3 \cdot 6 = 18$   
1 Punkt korrektes Zusammenfassen

5. Gegeben sei die folgende Formel für die Berechnung der Oberfläche  $O$  eines Kreiszylinders:

$$O = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

a) Welchen Wert bekommst Du für die Oberfläche  $O$ , wenn  $h = 7$  cm und  $r = 3,5$  cm betragen?

$$O = ?$$

1 Punkt korrektes Übertragen der Werte in die Formel  
1 Punkt für das richtige Resultat  
Fehlende Einheit: kein Abzug!

$$O = 230,91 \text{ cm}^2$$

(2P/\_\_\_\_P)

b) Forme die Formel  $O = 2\pi r^2 + 2\pi r h$  nach  $h$  um:

$$h = ?$$

$$h = \frac{O - 2\pi r^2}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

1 Punkt Subtraktion mit  $2\pi r^2$   
1 Punkt Division mit  $2 \cdot \pi \cdot r$

(2P/\_\_\_\_P)

6. Löse die nachfolgenden Gleichungen nach  $x$  auf:

a)  $2(3x - 10) - 8 = 4(x - 2,5) - 7x$

$$6x - 20 - 8 = 4x - 10 - 7x$$

$$6x - 28 = -3x - 10 \quad \Rightarrow 9x = 18 \quad \Rightarrow x = 2$$

(3P/\_\_\_\_P)

**1 Punkt** korrektes Auflösen für eine der beiden Klammern

**1 Punkt** korrektes Zusammenfassen

**1 Punkt** richtiges Endresultat

b)  $12 - 2((16 + 7x) - (3x - 1)) - 6 = 2x + 2$

$$12 - 2(16 + 7x - 3x + 1) - 6 = 2x + 2$$

$$12 - 34 - 8x - 6 = 2x + 2$$

$$-28 - 8x = 2x + 2 \quad \Rightarrow -30 = 10x \Rightarrow x = -3$$

(3P/\_\_\_\_P)

**1 Punkt** korrektes Auflösen der inneren Klammer

**1 Punkt** korrektes Ausmultiplizieren und der äusseren Klammer

**1 Punkt** richtiges Endresultat

7. Berechne  $x$  und  $y$  für das folgende Gleichungssystem:

I.  $5x - 6y = 4 \quad | \cdot 3 \quad 15x - 18y = 12$

II.  $-6x + 9y = -4,5 \quad | \cdot 2 \quad -12x + 18y = -9$   
 $3x = 3$   
 $\Rightarrow x = 1$

$$\Rightarrow 5 \cdot 1 - 6y = 4 \quad \Rightarrow -6y = -1$$
$$\Rightarrow y = \frac{1}{6}$$

**2 Punkte** Ansatz Lösungsverfahren

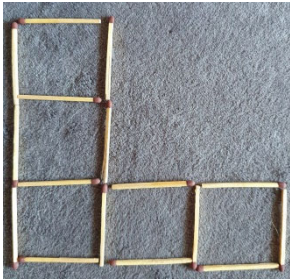
**1 Punkt** korrekter  $x$ -Wert

**1 Punkt** korrekter  $y$ -Wert

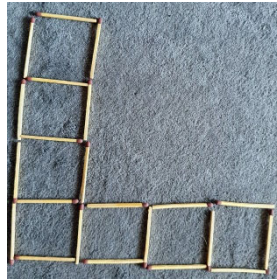
(4P/\_\_\_\_P)

8. Mit Streichhölzern werden verschiedene Figuren gemäss den Abbildungen gelegt:

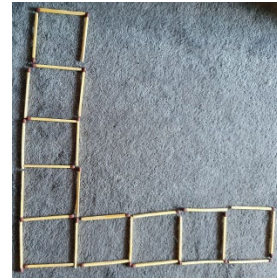
Figur 1



Figur 2



Figur 3



a) Notiere in der Tabelle die Anzahl Hölzchen für die Figur 7.

(1P/\_\_\_\_P)

b) Notiere in der Tabelle: Wie heisst der Term für die allgemeine Figur n?

(1P/\_\_\_\_P)

Figur	1	2	3	...	7	n
Anzahl Hölzchen	16	22	28	...	52	$6n+10$

Je 1 Punkt pro richtig ausgefülltes Kästchen

C. GEOMETRIE

▷ Bewertung: Der Lösungsweg muss nachvollziehbar und vollständig sein.  
Die Endresultate sind doppelt zu unterstreichen!  
**Die Skizzen sind nicht massstabsgetreu gezeichnet!**

9. Berechne die gesuchten Winkel:

a) den Winkel  $\alpha =$  \_\_\_\_\_

$\alpha = 70^\circ$

(1P/\_\_\_P)

b) den Winkel  $\gamma =$  \_\_\_\_\_

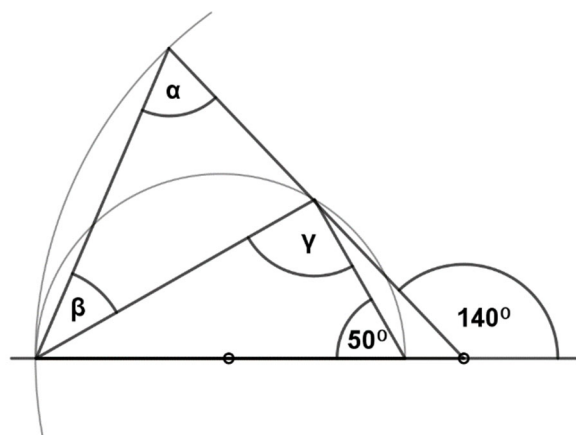
$\gamma = 90^\circ$

(1P/\_\_\_P)

c) den Winkel  $\beta =$  \_\_\_\_\_

$\beta = 30^\circ$

(1P/\_\_\_P)



1 Punkt für die Berechnung von  $\alpha = 70^\circ$   
 1 Punkt für die Berechnung von  $\gamma = 90^\circ$   
 1 Punkt für die Berechnung von  $\beta = 30^\circ$

10. Einem Quadrat mit der Seitenlänge  $a = 5 \text{ cm}$  wird ein Kreissektor BCD und ein gleichschenkliges Dreieck AFE gemäss Skizze einbeschrieben.

Berechne:

- a) die Diagonale  $\overline{AC}$
- b) die Strecke  $\overline{AG}$
- c) den Inhalt der Dreiecksfläche AFE
- d) den Inhalt der schraffierten Fläche FBGDE

(4P/\_\_\_P)

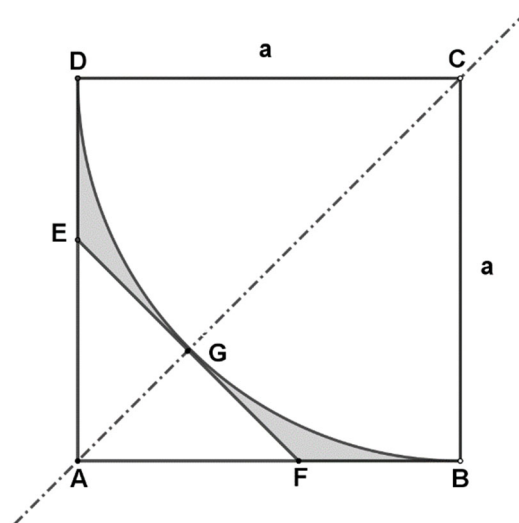
a)  $d = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 7,07 \text{ cm}$

b)  $\overline{AG} = 7,07 - 5 = 2,07 \text{ cm}$

c)  $A = 2 \cdot \text{Fläche Dreieck AFG} = 2 \cdot \frac{g \cdot h}{2} = 2 \cdot \frac{2,07 \cdot 2,07}{2} = 4,28 \text{ cm}^2$

d)  $A_{\text{Viereck}} - A_{\text{Viertelkreis}} - A_{\text{Dreieck}}$   
 $A_{\frac{1}{4}\text{Kreis}} = \frac{r^2 \cdot \pi}{4} = \frac{5^2 \cdot \pi}{4} = 19,64 \text{ cm}^2$

$A_{\text{Viereck}} - A_{\text{Viertelkreis}} - A_{\text{Dreieck}} = 25 - 19,64 - 4,28 = 1,08 \text{ cm}^2$

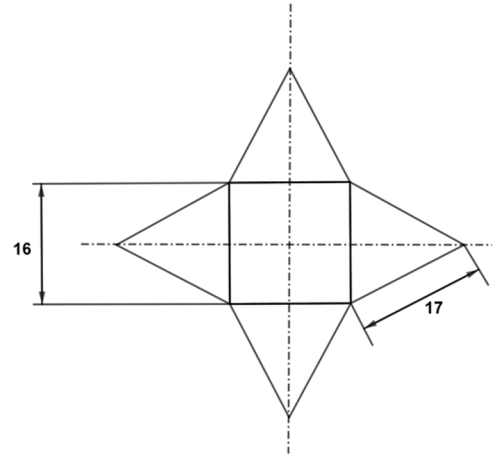


1 Punkt pro Teilaufgabe  
 Fehlende Einheit: kein Abzug!

11. Die untenstehende Figur zeigt die Abwicklung (das Netz) einer geraden Pyramide mit quadratischer Grundfläche.

Berechne (alle Masse sind in cm angegeben!):

- a) die Oberfläche des Körpers. (1P/\_\_\_P)
- b) die Pyramidenhöhe. (1P/\_\_\_P)
- c) das Volumen des Körpers. (1P/\_\_\_P)



$$a) h = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15 \text{ cm}$$

$$O = A_{\text{Viereck}} + 4A_{\text{Dreieck}} = 16^2 + 4 \cdot \frac{16 \cdot 15}{2} = 736 \text{ cm}^2$$

$$b) H = \sqrt{15^2 - 8^2} = 12,69 \text{ cm}$$

$$c) V = \frac{G \cdot H}{3} = \frac{16^2 \cdot 12,69}{3} = 1082,88 \text{ cm}^3$$

**1 Punkt für die Oberfläche**

**1 Punkt für die Höhe**

**1 Punkt für das Volumen**

**Fehlende Einheit: kein Abzug!**



## D. KONSTRUKTIONEN

▷ Bewertung: Der Lösungsweg muss nachvollziehbar und vollständig sein.

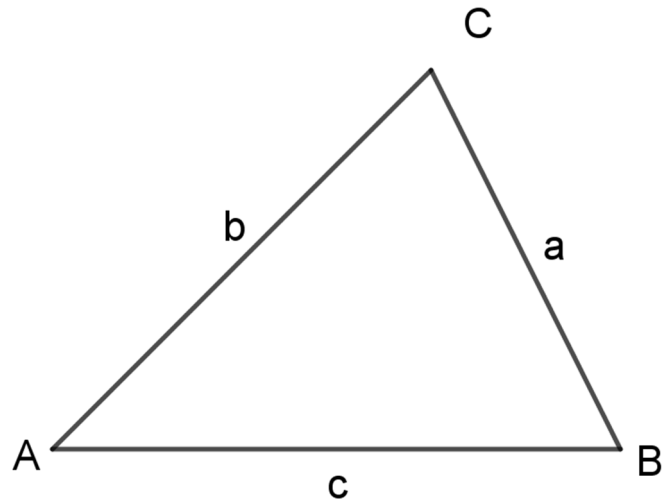
Die Konstruktionen müssen mit Zirkel und Lineal (bzw. Geodreieck) ausgeführt werden.

Es ist kein schriftlicher Konstruktionsbericht verlangt!

12. Konstruiere die Winkelhalbierende  $w_\alpha$  in das gegebene Dreieck ABC.

(1 P/\_\_\_\_P)

Keine Lösung → Lösungsfolie für die Korrektur!



**1 Punkt für die korrekt konstruierte Winkelhalbierende  $w_\alpha$**   
(falls eine andere Höhe oder eine andere Winkelhalbierende konstruiert werden, wird der Punkt ebenfalls gegeben)

13. Gegeben: Dreieck ABC mit der Seite  $c = 8,5$  cm,  $b = 6$  cm und der Höhe  $h_c = 4$  cm.

Gesucht: Konstruiere das Dreieck mit Zirkel, Geodreieck und Bleistift.  
Falls sich mehrere Lösungen ergeben, sind alle Lösungen zu konstruieren.

(3P/\_\_\_\_P)

Keine Lösung → Lösungsfolie für die Korrektur!

**1 Punkt für das Höhenband, diese darf auch abgemessen werden, bzw. für den Thaleskreis**  
**1 Punkt für die Konstruktion des ersten Dreiecks**  
**1 Punkt für die Konstruktion des zweiten Dreiecks**

**E. GRÖSSEN, FUNKTIONEN, DATEN**▷ Bewertung:

Der Lösungsweg muss nachvollziehbar und vollständig sein. Die Endresultate sind doppelt zu unterstreichen!

14. Rechne in die verlangten Einheiten um:

Notiere deine Resultate in die Tabelle.

Beispiel→

	Verlangte Umrechnung	Resultat
1,5 Stunden	Stunden und Minuten	1 h 30 min
$10^7$ cm	km	<u><math>10^2</math> km</u> oder <u>100 km</u>
$1,5 \cdot 10^{-4}$ kg	g	<u>0.15g</u> oder <u><math>1,5 \cdot 10^{-1}</math> g</u>
14 km/h	m/s	<u>3.89 m/s</u>
$310 \text{ dm}^3$	dl	<u>3100 dl</u>

(4P/\_\_\_\_P)

Je 1 Punkt pro richtig ausgefülltes Kästchen

(Wissenschaftliche Schreibweise ist auch richtig)

15. Eine Gruppe von SchülerInnen putzt an einem Samstag Velos gegen Entgelt.

Die Einnahmen von CHF 442.- teilen sie im Verhältnis ihrer geleisteten Arbeitsstunden untereinander auf.

Bestimme wie hoch der jeweils erarbeitete Betrag ist und fülle die Werte in die Tabelle ein.

	Anzahl Stunden	Erarbeiteter Betrag
Kim	2	$\frac{2}{17} \cdot 442 = \text{CHF } 52.-$
Noa	5	$\frac{5}{17} \cdot 442 = \text{CHF } 130.-$
Tim	6	$\frac{6}{17} \cdot 442 = \text{CHF } 156.-$
Sarah	4	$\frac{4}{17} \cdot 442 = \text{CHF } 104.-$

(2P/\_\_\_\_P)

Je 1 Punkt für zwei richtige Beträge

16. Geradengleichung, Schnittpunkt und Nullstelle.

- a) Bestimme die Gleichung der Gerade g, welche durch die zwei Punkte A (5 / 5) und B (25 / 13) geht.  
Steigung:

$$m = \frac{5 - 13}{5 - 25} = \frac{-8}{-20} = \frac{2}{5}$$

Einsetzen um q zu bestimmen:

$$y = mx + q \Rightarrow 5 = \frac{2}{5} \cdot 5 + q \Rightarrow q = 3 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{2}{5}x + 3$$

(3P/\_\_\_P)

1 Punkt korrekte Anwendung der Formel

1 Punkt korrekte Steigung

1 Punkt korrekter y-AA

- b) Berechne den Schnittpunkt zwischen der Geraden g:  $y = -11x + 29$  und der Geraden h:  $y = \frac{9}{2}x - 2$

$$\begin{array}{l} y = y \\ -11x + 29 = \frac{9}{2}x - 2 \end{array} \quad | \cdot 2$$

$$-22x + 58 = 9x - 4$$

$$62 = 31x \quad \Rightarrow \quad 2 = x, \quad y = -11 \cdot 2 + 29 = 7 \quad \mathbf{S(2|7)}$$

(3P/\_\_\_P)

1 Punkt korrekter Ansatz  $y = y$

1 Punkt korrekter x-Wert

1 Punkt korrekter y-Wert

F. SACHRECHNEN / TEXTAUFGABEN

▷ Bewertung: Der Lösungsweg muss nachvollziehbar und vollständig sein. Die Endresultate sind doppelt zu unterstreichen!

17. Familie Kalt will vor dem kommenden Winter einen neuen Ölbrenner an ihren Heizkessel montieren lassen. Der neue Brenner spart 18% an Heizöl pro Winter. Bisher lag der Verbrauch der Familie Kalt bei 6'000 Liter. Wie viel Franken spart die Familie bei einem Literpreis fürs Heizöl von 45 Rappen beim Kauf des Heizöls?

$18\% \text{ von } 6'000 = 1080 \text{ Liter} \Rightarrow x = 1080 \cdot 0.45 = \underline{\underline{\text{CHF } 486.-}}$

(2P/\_\_\_\_P)

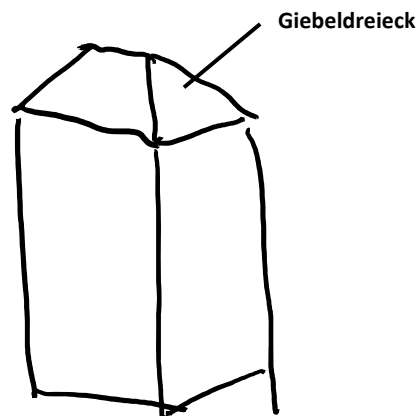
1 Punkt Ansatz 18% von 6'000 Liter  
1 Punkt Umrechnung des Ersparnis in Franken

18. Konstruktion:

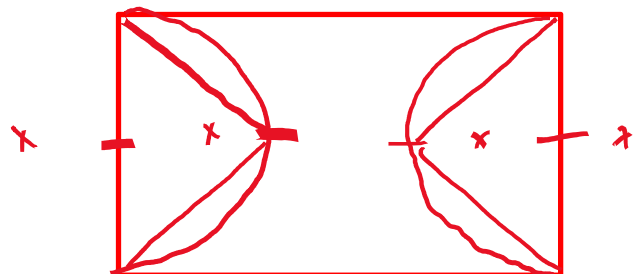
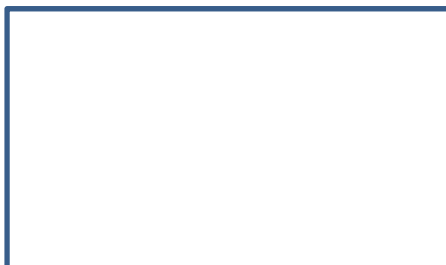
Das Dach des linken Turms des Basler Rathauses kann vereinfacht mit der Handskizze (siehe rechtes Bild), dargestellt werden:



Bild: Basel Tourismus



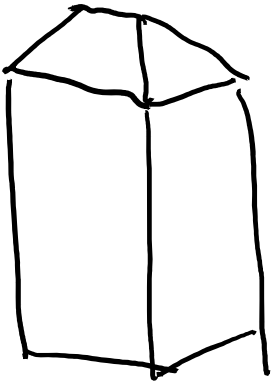
- a) Direkt von oben betrachtet sehen die beiden Giebeldreiecke des Turmes rechtwinklig aus. Skizziere den Rest dieser Ansicht.



(1P/\_\_\_\_P)

1 Punkt für die korrekte Skizze

b) Betrachte die Handskizze und kreuze die richtigen Aussagen an:



Aussage	richtig	falsch
Die Giebeldreiecke sind rechtwinklige Dreiecke.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Handskizze sieht wie ein Prisma aus.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Mantelfläche des Turms ist grösser als die Oberfläche des Dachs.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Egal wie hoch der Turm ist, das Dachvolumen ist immer kleiner als das Hausvolumen ohne Dach.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Von der breiten Seite betrachtet ist das Dach ein Trapez.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Aussage	richtig	falsch
Die Giebeldreiecke sind rechtwinklige Dreiecke.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Handskizze sieht wie ein Prisma aus.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Mantelfläche des Turms ist grösser als die Oberfläche des Dachs.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Egal wie hoch der Turm ist, das Dachvolumen ist immer kleiner als das Hausvolumen ohne Dach.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Von der breiten Seite betrachtet ist das Dach ein Trapez.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

(2P/ \_\_\_ P)

2 Punkte alle Felder korrekte angekreuzt  
 1 Punkt 1 Fehler beim Ankreuzen  
 0 Punkte mehr als ein Feld falsch angekreuzt