

Lösung 3.2: Die Kräfte der Mausefalle, Teil 2 – Die Berechnung

Der rot markierte Text beinhaltet die Lösungen zu den Aufgaben.

- 1.1 Der Stab muss in der Mitte gehalten werden, damit er ausbalanciert ist.
- 1.2 – Wippe («Gigampfi») auf dem Spielplatz
 - Alte Waagen mit Gewichtssteinen funktionieren nach diesem Prinzip.
 - Kran, Gewichte hinten zur Balance des langen Auslegers/Hebels und seiner zu transportierenden Lasten.
2. Bei einem Drittel ist der Stab schwerer zu halten, der Arm ermüdet.
Am Ende haltend fühlt sich der Stab noch schwerer an.
Am Ende mit ausgestrecktem Arm ist der Stab kaum mehr zu halten, es braucht sehr viel Kraft.
3. Kleinere Gewichte brauchen mehr Weg, um ein grosses Gewicht auszubalancieren.
Das Gewicht steht also im Verhältnis zum Weg/Hebelarm.
4. Durch den langen Hebel auf der einen Seite und dem kurzen Gegenstück auf der anderen Seite können sehr grosse Kräfte übertragen werden. Entsprechend muss die Brechstange aus stabilem Material hergestellt werden, beispielsweise aus Stahl.

Einzeichnen der Achse:



Abbildung 1

Die Achse befindet sich am Ende der Rundung.

Zusatzaufgabe:



Abbildung 2'

5. Die Berechnung der Hebelkraft geschieht mit eigenen Werten, deshalb sind hier keine Lösungen aufgelistet.

Zusatzinformation:

Einige Bedingungen, die wir zur Vereinfachung ausser Acht gelassen haben, die aber in der Praxis zu Abweichungen führen würden:

- Der Hebel dreht sich reibungsfrei auf dem Punkt 0.
- Der Hebel hat ein Eigengewicht – Trägheit.

- Der Hebel ist starr, dreht langsam und reibungsfrei, somit kann er keine Energie speichern.

Auch bei anderen einfachen Anordnungen führt uns der Energiesatz zur Gleichgewichtsbedingung. Das ist immer der Fall, wenn keine Energiespeicherung erfolgt, sondern die auf der «Eingangsseite» zugeführte Energie augenblicklich auf der «Ausgangsseite» abgegeben wird.

6. Mit Beispielwerten aus unseren Messungen:

Länge des Mausefallenbügels = Hebel =4,2..... cm =0,042..... m

Die Kraft kann man mit einer Federwaage (Einheit 0–10 N) messen.

Miss die Kraft bei den folgenden Winkelstellungen des Hebels gemäss *Information Posten zu Arbeitsblatt 3.2*. Trage die gemessene Kraft in die dafür vorgesehene Spalte ein.

Winkel	gemessene Kraft (F) in N (Aufgabe 6)	errechneter Weg (s) in m (Aufgabe 7)	errechnete Arbeit (W) in Nm (Aufgabe 7)
0 Grad	0	0	0
45 Grad	2,5	$\frac{2 \cdot 4,5}{360} = 0,033$	$3 \times 0,033 = 0,099$
90 Grad	4,5	0,066	0,297
135 Grad	7	0,099	0,693
180 Grad	9,5	0,132	1,254

Interessant wäre es, hier anzusprechen, was bei einer Hebelverlängerung, wie bei den Beispielen der Mausefallenautos, geschieht.

Weiteres Beispiel Rattenfalle:

Länge des Hebels = 7,5 cm

Verschlusszeit = Annahme 23 ms

Winkel	gemessene Kraft (F) in N (Aufgabe 6)
0 Grad	Rattenfalle 0
45 Grad	Rattenfalle 15 N
90 Grad	Rattenfalle 20 N
135 Grad	Rattenfalle 30 N
180 Grad	Rattenfalle 40 N

7. Siehe Tabelle Aufgabe 6 in der zweiten und dritten Spalte.

8. Grobe Näherung für die gesamte Arbeit/Energie einer Mausefalle durch die Addition der fünf errechneten Werte für die Arbeit bei den verschiedenen Winkeln =

$$0 + 0,099 + 0,296 + 0,693 + 1,25 = 2,3 \text{ Nm}$$

9. Leistung = $\frac{\text{abgegebene Arbeit}}{\text{verstrichene Zeit}}$ oder $P = \frac{W}{t} = \frac{2,3 \text{ Nm}}{0,012 \text{ s}} = 195,2 \text{ Watt}$

Grundumsatz liegender Mensch 0,1 kW = 100 W	$195,2 \div 100 \cdot 100 = 195,2$	%
rennender Mensch 2'070 W	$195,2 \div 2070 \cdot 100 = 9,542$	
Auto 30 kW = 30'000 W		0,65 %
1 Ps = 750 W		26 %
SBB-Lok 2000 6'100 kW		0,0032 %

Die Leistung der Mausefalle erreicht diesen relativ hohen Wert, da die in ihr gespeicherte Kraft in äusserst kurzer Zeit freigesetzt wird. Einen Vergleich bietet die Messung, wie lange man selber braucht, um eine Mausefalle von Hand zu spannen. Ein weiteres eindrückliches Beispiel einer schlagartigen Kraftfreisetzung ist die Deformationsenergie, die bei einem Autounfall freigesetzt wird.

Präzisionen:

Mit den Beispielwerten aus unseren Messungen wird hier noch das eigentlich korrekte mathematische Vorgehen aufgezeigt.

Zu Aufgabe 7: Das Hookesche Gesetz

Die Veränderung des Kraftaufwands wächst proportional zur Federdehnung respektive -komprimierung. Dies wird im Hookeschen Gesetz beschrieben und bildet die Grundlage aller mechanischen Uhren und der Federwaage, die zur Verwendung kam.

Mittels der Federkonstante D kann die Kraft einer Feder sehr genau berechnet und angewendet werden.

Der durchschnittliche Wert für D ergibt mit diesen Werten rein rechnerisch:

$$\frac{(75,75 + 68,2 + 70,7 + 71,9)}{4} = 71,6$$

Wobei angenommen werden kann, dass die Messung bei 45 Grad nicht exakt ist und somit der Wert eher bei $D = 70$ liegt.

Winkel	F	s	W	D
0 Grad	0	0	0	0
45 Grad	2,5	$\frac{2\pi}{360} \times 45 = 0,033$	$W = F \cdot s$ $3 \times 0,033 = 0,099$	$D = \frac{F}{x}$ $\frac{2,5}{0,33} = 75,75$
90 Grad	4,5	0,066	0,297	68,2
135 Grad	7	0,099	0,693	70,7
180 Grad	9,5	0,132	1,254	71,9

Zu Aufgabe 8: Gesamtenergie einer Mausefalle

$$W(\text{durchschnittliche Arbeit}) = F \cdot s = \frac{Dx}{2} \cdot x = \frac{1}{2} Dx^2$$

ganzer Weg = Dx , Federdeformation = x

Da in unserem Fall der Weg x die Hälfte eines Kreises darstellt (Bügel 180°), ergibt dies:

$$W(\text{durchschnittliche Arbeit}) = F \cdot s = \frac{1}{2} D \cdot \frac{r \cdot 2\pi}{2} \cdot \frac{r \cdot 2\pi}{2}$$

$$\text{Mit den eingesetzten Werten: } \frac{1}{2} \times 70 \times \frac{0,1320 \times 2\pi}{2} \times \frac{0,1320 \times 2\pi}{2} = 6,02 \text{ N}$$

Zu Aufgabe 9: Gesamtenergie der Mausefalle

Mit den im Kapitel «Präzisionen» erhaltenen Werten und Vorgehen:

$$\text{Leistung} = \frac{\text{abgegebene Arbeit}}{\text{verstrichene Zeit}} \text{ oder } P = \frac{W}{t} = \frac{6,02 \text{ Nm}}{0,012 \text{ s}} = 501,6 \text{ Watt} = \frac{6,02 \text{ Nm}}{0,012 \text{ s}} = 501,6 \text{ Watt}$$

Abbildungen 1–3, 5: Ernest Hägni, 28. Januar 2016.

Abbildung 4: Roman Sexl, Ivo Raab, Ernst Struwitz (1990): «Das mechanische Universum. Eine Einführung in die Physik», Band 1. Verlag Carl Ueberreuter, Wien, 2. Auflage. S. 141.